Tentamen Computer Graphics

10 november 2004

Voorzie de in te leveren bladen van je naam, en nummer ze. Schrijf op het eerste blad het aantal ingeleverde bladen. Bij elk van de 4 opgaven is het maximale aantal voor deze opgave te behalen punten vermeld. Je krijgt 10 punten gratis. Succes!

Opgave 1 *(25 pt.)*
Beschouw het lijnstuk met beginpunt $(0, 0)$ en eindpunt $(10, 0.51)$ met vergelijking

$$1.0\,y - 0.051\,x = 0 \tag{1}$$

Hiervan moet een zo goed mogelijke benadering getekend worden op een rasterdisplay, waarvan de pixels geïdentificeerd kunnen worden met de rasterpunten (i, j), i en j geheel.
a. Laat zien dat de pixels $(0, 0), (1, 0), \ldots, (9, 0)$ en $(10, 1)$ aan moeten worden gezet. Blijft dit zo als we de coördinaten van het eindpunt eerst afronden naar integer waarden? Zo niet, geef aan welke pixels anders gezet worden.
b. Geef een uitdrukking van de vorm $F(x, y) = 0$ als voorstelling van de lijn met vergelijking (1). Deze uitdrukking wordt gebruikt in de midpuntsmethode, en mag dus geen floating point getallen bevatten.
c. Geef een uitdrukking voor de bijbehorende beslissingsfunctie p_k in stap k van het midpuntsalgoritme.

Opgave 2 *(20 pt.)*
Het Sutherland-Hodgman lijn-clipping algoritme werkt met gebiedscodes die de relatieve posities van de eindpunten van het lijnstuk t.o.v. de windowranden aangeven.
a. Hoe zien de gebiedscodes er uit voor het geval dat het window een convex polygon is met n kanten $e_1, \ldots, e_n$?
b. Hoe verhoudt de efficiëntie van het Sutherland-Hodgman algoritme zich tot die van het Liang-Barsky algoritme voor een scène met een groot aantal lijnsegmenten? Motiveer je antwoord.

Opgave 3 *(20 pt.)*
Bij perspectiefprojectie met het projectiecentrum in het punt $(0, 0, -d)$ $(d > 0)$ en het beeldvlak gegeven door $z = 0$ wordt het beeld (x', y', z') van een punt (x, y, z) gegeven door de projectievergelijkingen

$$x' = \frac{d\,x}{z + d}, \quad y' = \frac{d\,y}{z + d}, \quad z' = 0 \tag{2}$$

In homogene coördinaten wordt deze projectie voorgesteld door de matrix:

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{d} & 1 \end{pmatrix}$$

a. We willen nu de matrix in homogene coördinaten berekenen voor perspectiefprojectie met het projectiecentrum in het punt $(0, 0, 0)$ en het beeldvlak gegeven door $z = d$; we noemen deze matrix M_2. Geef de bijbehorende projectievergelijkingen, analoog aan vergelijking (2).
b. Zij $T(d)$ de translatie in de positieve z-richting over een afstand d. Geef de bijbehorende transformatiematrix (in homogene coördinaten).
c. Geef aan hoe de matrix M_2 kan worden verkregen uit de matrices M_1, $T(d)$ en $T(-d)$. Bereken M_2, en laat zien dat deze matrix correspondeert met de projectievergelijkingen uit onderdeel **a**.

Z.O.Z.

Opgave 4 *(25 pt.)*
In deze opgave beschouwen we de *bump mapping* methode voor het modelleren van ruwe oppervlakken, die werkt via het verstoren van de normaalvector van het oppervlak.
a. Zij $P(u, v)$ de parametrische voorstelling van een punt op het oppervlak. Hoe wordt de normaal $\mathbf{n}$ in dit punt berekend uit $P(u, v)$?
b. Zij $b(u, v)$ de gebruikte bumpfunctie. Hoe ziet de parametrische voorstelling $P'(u, v)$ van het verstoorde oppervlak er uit?
c. Stel het oorspronkelijke oppervlak is een bol. Welke vorm heeft de rand (het silhouet) van dit oppervlak nadat de bump mapping is toegepast? Motiveer je antwoord.